

This question paper contains 32 printed pages]

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 9190

Unique Paper Code : 12271401

Name of the Paper : Intermediate Microeconomics - II

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester : IV

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।)

Note :— Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेज़ी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

The question paper is divided into two sections.

Attempt four questions in all, selecting two questions

from Section A and two from Section B.

Use of simple calculator is permitted.

P.T.O.

यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों में विभाजित है ।

कुल मिलाकर चार प्रश्न करने हैं ।

दो प्रश्न खण्ड 'अ' से तथा दो प्रश्न खण्ड 'ब' से ।

साधारण कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है ।

Section A

(खण्ड 'अ')

1. (a) Two consumers A and B consume two goods X and Y in an exchange economy and their preferences are given by :

$$U_A = X_A + \sqrt{Y_A} \quad \text{and} \quad U_B = X_B + \sqrt{Y_B}$$

where X_A , Y_A , X_B , Y_B are the consumption of X and

Y by consumers A and B respectively. Endowment is

given as :

$$W_{XA} + W_{XB} = 16 \quad \text{and}$$

$$W_{YA} + W_{YB} = 16,$$

where W_{XA} , W_{XB} , W_{YA} , W_{YB} is the endowment of good X and Y to consumer A and B.

- (i) What is the set of Pareto efficient allocations in this 2×2 exchange economy ?
- (ii) Show the Pareto efficient allocations in an Edgeworth box diagram.
- (iii) If $W_{XA} = 12$ and $W_{YA} = 4$, then find the general equilibrium price ratio and allocation if consumer A and B trade good X and Y competitively.

दो उपभोक्ता A तथा B विनिमय अर्थव्यवस्था में दो वस्तुओं X तथा Y का उपभोग करते हैं तथा उनकी प्राथमिकताएँ :

$$U_A = X_A + \sqrt{Y_A} \quad \text{तथा} \quad U_B = X_B + \sqrt{Y_B}$$

द्वारा दर्शायी गयी है । जहाँ X_A , Y_A , X_B , Y_B उपभोक्ता A तथा B द्वारा क्रमशः X तथा Y वस्तुओं का उपभोग है ।

$$W_{XA} + W_{XB} = 16$$

$$W_{YA} + W_{YB} = 16$$

संचित निधि को प्रदर्शित करती है जहाँ W_{XA} , W_{XB} , W_{YA} , W_{YB} क्रमशः उपभोक्ता A तथा B की दो वस्तुओं X तथा Y की संचित निधि है ।

- (i) इस 2×2 विनिमय अर्थव्यवस्था में पेरेटो कुशल आबंटन क्या है ?
- (ii) पेरेटो कुशल आबंटन को एजवर्थ बॉक्स रेखाचित्र में दर्शाइए ।
- (iii) यदि $W_{XA} = 12$ तथा $W_{YA} = 4$, है, तो सामान्य संतुलन कीमत अनुपात तथा आबंटन ज्ञात कीजिए यदि उपभोक्ता A तथा B वस्तुओं X तथा Y का प्रतियोगी व्यापार करते हैं ।

- (b) Assume that there are three agents in an economy and that social preferences are decided by pair-wise majority voting. List of rankings for three alternatives,

m , n and p is given in table below :

Person A	Person B	Person C
m	n	p
n	p	m
p	m	n

- (i) Set a voting agenda that result in allocation ' n ' winning.
- (ii) Also find an agenda that has ' p ' winning.
- (iii) Do you agree that pair-wise majority voting can be manipulated by changing the order in which votes are taken to yield the desired outcome ? Explain. 9.5+9

मान लीजिए कि एक अर्थव्यवस्था में तीन एजेंट हैं और जोड़ी संबंधी बहुमत वोटिंग द्वारा सामाजिक प्राथमिकताएँ तय की जाती हैं । तीन विकल्पों m ,

n तथा p की क्रम अनुसार सूची नीचे तालिका में दी गई है :

व्यक्ति A	व्यक्ति B	व्यक्ति C
m	n	p
n	p	m
p	m	n

- (i) एक वोटिंग कार्यावली निर्धारित कीजिए जो कि 'n' के जीतने में परिणामित होती है ।
- (ii) उस कार्यावली को भी ज्ञात कीजिए जिसमें 'p' जीतता है ।
- (iii) क्या आप इस बात से सहमत हैं कि जोड़ी-वार मतदान का क्रम बदलकर हम चालाकी से वांछित परिणाम प्राप्त कर सकते हैं ? समझाइए ।

2. (a) In a pure exchange economy with two goods (X and Y) and the two consumers A and B who have ordinal utility function given by :

$$U_A = X_A + Y_A \text{ and}$$

$$U_B = X_B Y_B,$$

and their endowments are given as (0, 50) and (50, 0) respectively.

- (i) Draw the Edgeworth box for this economy and identify the endowment point.
- (ii) Will competitive exchange between them lead to an equilibrium (where both consumers consumes positive amounts of both goods) that is :
- (a) Efficient
- (b) Equitable
- (c) Fair.

Give Explanations.

एक शुद्ध विनिमय अर्थव्यवस्था में दो वस्तुएँ (X तथा Y) और दो उपभोक्ता A तथा B हैं जिनका क्रमिक उपयोगिता

फलन :

$$U_A = X_A + Y_A \text{ तथा}$$

$$U_B = X_B + Y_B$$

है, तथा उनकी स्थायी निधि क्रमशः (0, 50) तथा (50, 0) है ।

- (i) इस अर्थव्यवस्था के लिए एजवर्थ बॉक्स को आरेखित कीजिए तथा स्थाई निधि बिंदु को पहचानिए ।
- (ii) क्या उन दोनों के बीच प्रतिस्पर्धी आदान-प्रदान, एक ऐसे संतुलन की ओर बढ़ेगा, जहाँ दोनों उपभोक्ता दोनों वस्तुओं की सकारात्मक राशि का सेवन करते हैं तथा यह संतुलन :

- (a) कुशल
(b) समान
(c) निष्पक्ष है ?

स्पष्टीकरण दीजिए ।

- (b) If the utility possibility frontier is linear viz.

$$U_A + 2U_B = 400$$

and social welfare is maximized at a corner point, namely at $U_B = 200$, which of these cannot be the social welfare function ? Draw a diagram to explain your answer.

(i) $W = U_B + 2U_A$

(ii) $W = U_A + 2U_B$

(iii) $W = U_A U_B$

(iv) $W = U_A + U_B$

8.5+10

यदि उपयोगिता संभावना वक्र रैखिक अर्थात्

$$U_A + 2U_B = 400$$

हो एवं सामाजिक कल्याण कोने के बिन्दु पर अधिकतम होता है, अर्थात् $U_B = 200$ पर, ऐसे में इनमें से कौनसा समाज कल्याणकारी फलन नहीं हो सकता ? अपना उत्तर स्पष्ट करने के लिए एक आरेख

बनाइए ।

$$(i) W = U_B + 2U_A$$

$$(ii) W = U_A + 2U_B$$

$$(iii) W = U_A U_B$$

$$(iv) W = U_A + U_B$$

3. (a) The demand for energy efficient appliances is given as :

$$P = \frac{100}{Q}$$

The market for energy efficient appliances is perfectly competitive. The marginal (private) cost of production of energy efficient appliances is given as $MC = Q$. By reducing demand on the electricity network, energy efficient appliances generate an external marginal benefit according to $MEB = EQ$, where E is some constant.

- (i) What is the equilibrium amount of energy-efficient appliances traded in the private market ?

- (ii) If the socially optimum quantity of energy efficient appliances is 20, find the value of 'E'.
- (iii) If the government subsidized production of energy efficient appliances by Rs. S per unit, what level of the subsidy would induce the socially efficient level of production ?

ऊर्जा कुशल उपकरणों की माँग

$$P = \frac{100}{Q}$$

के रूप में दी गई है । ऊर्जा कुशल उपकरणों के लिए बाजार पूर्ण प्रतिस्पर्धी है । ऊर्जा कुशल उपकरणों के उत्पादन की सीमांत (निजी) लागत $MC = Q$ है । बिजली नेटवर्क पर माँग को कम करने से, ऊर्जा कुशल उपकरण $MEB = EQ$ के अनुसार एक बाह्य सीमांत लाभ उत्पन्न करते हैं, जहाँ E एक स्थिरांक है ।

- (i) निजी बाजार में व्यापार किए जाने वाले ऊर्जा-कुशल उपकरणों की संतुलन राशि क्या है ?
- (ii) यदि ऊर्जा कुशल उपकरणों की सामाजिक इष्टतम मात्रा 20 है, तो 'E' का मूल्य ज्ञात कीजिए ।
- (iii) यदि सरकार ऊर्जा कुशल उपकरणों के उत्पादन पर Rs. S प्रति यूनिट आर्थिक सहायता (सब्सिडी) देती है, तो आर्थिक सहायता (सब्सिडी) का कितना स्तर उत्पादन के सामाजिक कुशल स्तर को प्रेरित करेगा ?

(b) There are two types of cars in the used car market, "Plums" i.e. good cars and "lemons" i.e. bad cars with hidden defects. Potential buyers are willing to pay a price of P_1 for "Plums" and P_2 for "lemons". There are potential sellers who are willing to sell Plums at $V_1 \leq P_1$ and lemons at $V_2 \leq P_2$. Potential sellers know about the quality of car but the prospective buyers

can't observe the quality of the cars but they know that the proportion of lemons in the market is β .

- (i) What is the expression for the expected value (P^*) of the car to the typical buyer ?
- (ii) Find the conditions under which only lemons will be sold ?
- (iii) Write the conditions under which all cars will be sold ?
- (iv) What should be the minimum value of β in terms of V_1, V_2, P_1, P_2 for all potential sellers to sell their cars ?
- (v) Write the condition under which no car would be sold ?

9+9.5

प्रयोग की गई कारों के बाजार में दो प्रकार की कारें हैं, "प्लम्स" अर्थात् अच्छी कारें और "लेमन्स" अर्थात्

P.T.O.

बुरी कारों । संभावित खरीदार "प्लम्स" के लिए P_1 की कीमत और "लेमन्स" के लिए P_2 भुगतान करने को तैयार हैं । संभावित विक्रेता $V_1 \leq P_1$ पर प्लम्स को तथा $V_2 \leq P_2$ पर लेमन्स बेचने को तैयार हैं । संभावित विक्रेता कार की गुणवत्ता के बारे में जानते हैं परन्तु संभावित क्रेता कारों की गुणवत्ता का अवलोकन नहीं कर सकते लेकिन वे जानते हैं कि बाजार में लेमन्स का अनुपात β है :

- (i) किसी विशेष क्रेता के लिए कार के संभावित मूल्य (P^*) के लिए अभिव्यक्ति क्या है ?
- (ii) किन शर्तों के अंतर्गत केवल लेमन्स बेची जाएँगी ।
- (iii) उन शर्तों को लिखिए जिनके अंतर्गत सभी कारें बेची जाएँगी ?

- (iv) सभी संभावित विक्रेताओं को अपनी कारों को बेचने के लिए V_1, V_2, P_1, P_2 के संदर्भ में β का न्यूनतम मूल्य क्या होना चाहिए ?
- (v) वह शर्त लिखिए जिसके अंतर्गत कोई भी कार नहीं बेची जाएगी ?

4. (a) There are two agents and each agent has utility $U_i(G, X_i)$ where X_i is private consumption and G is the size of public good.

$$G = g_1 + g_2$$

where g_i is agent i 's contribution on the public good.

The price of private consumption is P_X and the price of the public good is P_G . Each agent has an income M_i and thus has an individual budget constraint

$$P_X X_i + P_G g_i = M_i$$

Let the utility functions of two agents be,

$$U_1 = 300 \ln G + X_1 \text{ and}$$

$$U_2 = 200 \ln G + X_2.$$

The incomes of the two agents M_1 and M_2 is given as 1000 each. P_G is given as 1 :

- (i) Write an equation that expresses the condition for the provision of the Pareto efficient level of the public good and find the value of G .
- (ii) Find the amount each person spends on private good, if each person shares the cost of the public good equally ?
- (iii) Do you think as increase in income of both persons will increase the amount of public good provided ? Give reason for your answer.

दो एजेंट हैं तथा प्रत्येक एजेंट की उपयोगिता $U_i(G, X_i)$ है जहाँ X_i निजी उपभोग है तथा G सार्वजनिक वस्तु का आकार है और

$$G = g_1 + g_2$$

हैं, जहाँ g_i कर्मचारी i का सार्वजनिक वस्तु पर योगदान है। निजी उपभोग की कीमत P_X है तथा सार्वजनिक वस्तु की कीमत P_G है। प्रत्येक एजेंट की आय M_i है तथा व्यक्तिगत बजट प्रतिबंध

$$P_X X_i + P_G g_i = M_i$$

है। दो एजेंटों का उपयोगिता फलन

$$U_1 = 300 \ln G + X_1 \text{ तथा}$$

$$U_2 = 200 \ln G + X_2.$$

दोनों एजेंटों की आय M_1 तथा M_2 है जो 1000 के बराबर है। P_G का मान 1 है।

(i) एक समीकरण लिखिए, जो सार्वजनिक वस्तु के पेरेटो कुशल मात्रा को व्यक्त करता है और G का मूल्य निकालिए ।

(ii) प्रत्येक व्यक्ति द्वारा निजी वस्तु पर व्यय की गई राशि का पता लगाइए, यदि प्रत्येक व्यक्ति सार्वजनिक वस्तु पर समान व्यय करता है ।

(iii) क्या आपको लगता है कि दोनों व्यक्तियों की आय में वृद्धि से सार्वजनिक वस्तु की मात्रा में वृद्धि होगी ? अपने उत्तर के लिए कारण बताइए ।

(b) What kind of adverse selection problems would you expect health insurance companies to face ? 12+6.5

आप किस प्रकार की प्रतिकूल चयन समस्याओं की अपेक्षा करते हैं जिनका स्वास्थ्य बीमा कंपनियों को सामना करना पड़ता है ?

Section B

(खण्ड 'ब')

5. (a) Each of a group of 10 hunters has two options, either to catch a Stag or Hare. If at least 5 or more hunters pursue the Stag, they catch it (assume that there is a single stag). Captured Stag is shared equally by those who catch it. Those who go after Hare get the whole Hare.

(i) What will be Nash Equilibria of the strategic game if each hunter prefers $1/10$ of the Stag than a Hare ?

(ii) What will be Nash equilibria if each hunter prefers $1/7$ of the Stag to a Hare, but prefers a Hare to any fraction smaller than $1/7$ of the Stag.

10 शिकारी के समूह के प्रत्येक शिकारी के पास दो विकल्प हैं, या तो हिरन पकड़े या खरगोश । यदि कम से कम 5 शिकारी या इससे अधिक शिकारी हिरन का पीछा करते हैं, तो वे इसे पकड़ पाते हैं । पकड़ा हुआ हिरन उन लोगों द्वारा समान रूप से साझा किया जाता है जो इसे पकड़ते हैं । जो शिकारी खरगोश के पीछे जाते हैं वे सभी पूरा खरगोश प्राप्त करते हैं ।

- (i) इस युद्ध नीति के खेल का नैश संतुलन क्या होगा अगर प्रत्येक शिकारी खरगोश की तुलना में हिरन के $1/10$ भाग को प्राथमिकता देता है ?
- (ii) यदि प्रत्येक शिकारी खरगोश की तुलना में हिरन के $1/7$ भाग को प्राथमिकता देता है, परन्तु यदि हिरन के $1/7$ भाग से छोटा अंश हो तो खरगोश को प्राथमिकता देता है । ऐसे में नैश संतुलन क्या होगा ?

- (b) Firm A and B can compete on advertising and R&D. The table below represents the pay-offs measured in profits (Rs. million) in a one-shot simultaneous move game. Firm 'A's profits are shown first :

		Firm B	
		Advertising	R&D
Firm A	Advertising	3, 3	5, 4
	R&D	4, 5	2, 2

- (i) Find out all Pure strategy Nash equilibrium of the above game matrix.
- (ii) Find the mixed strategy Nash equilibrium, if any.
- (iii) Draw the best response function diagram and identify all Nash equilibria.
- (iv) What is the expected pay-offs for each firm ?

फर्म A तथा B विज्ञापन एवं R&D पर प्रतिस्पर्धा करते हैं। नीचे दी गई तालिका एक-शॉट एक साथ खेलने वाले खेल में मुनाफे में मापा गया भुगतान (मिलियन रुपए) दर्शाती है। फर्म 'A' के लाभ को पहले दिखाया गया है :

फर्म B

विज्ञापन	अनुसन्धान
	एवं विकास

विज्ञापन	3, 3	5, 4
----------	------	------

फर्म A अनुसन्धान

एवं विकास	4, 5	2, 2
-----------	------	------

(i) उपर्युक्त खेल मैट्रिक्स के सभी शुद्ध रणनीति नैश संतुलन ज्ञात कीजिए।

(ii) मिश्रित रणनीति नैश संतुलन, यदि कोई हो, तो ज्ञात कीजिए।

(iii) सर्वोत्तम प्रतिक्रिया फलन को आरेखित कीजिए एवं सभी नैश संतुलनों की पहचान कीजिए।

(iv) प्रत्येक कंपनी के लिए अपेक्षित पारिश्रमिक क्या है ?

6. (a) A thug wants the contents of a safe and is threatening the owner, the only person who knows the code, to open the safe. "I will kill you if you don't open the safe, and let you live if you do." The table below shows the value that each person places on the various possible outcomes :

Thug (Player 2)

		Thug Kills	Thug does not kill
Player 1	Open the safe,	1, 2	3, 4
(Safe Owner)	Do not Open the safe	2, 1	4, 3

- (i) Draw the game tree for this sequential game with Safe Owner going first.
- (ii) What is the sub-game perfect Nash equilibrium of this sequential game ?
- (iii) Is the thug's threat credible ? Should the information holder believe the threat and open the safe ?

एक ठग एक अलमारी की सामग्री चाहता है तथा केवल मालिक ही अलमारी खोलने का कोड जानता है । ठग मालिक को धमकी दे रहा है कि "यदि आप अलमारी नहीं खोलते हैं, तो मैं आपको मार डालूँगा तथा यदि आप खोलते हैं तो मैं आपको जीवित जाने दूँगा ।" प्रत्येक व्यक्ति के विभिन्न संभावित परिणाम नीचे दी गई तालिका में हैं :

खिलाड़ी 2 (ठग)

		खिलाड़ी 2 (ठग)	
		ठग मारता है	ठग नहीं मारता है
खिलाड़ी 1 (अलमारी का मालिक)	अलमारी खोलता है	1, 2	3, 4
	अलमारी नहीं खोलता है	2, 1	4, 3

- (i) इस अनुक्रमिक खेल के लिए खेल वृक्ष को आरेखित कीजिए यदि अलमारी का मालिक पहला खिलाड़ी है ।
- (ii) इस अनुक्रमिक खेल के लिए उप-खेल परिपूर्ण नैश संतुलन क्या है ?
- (iii) क्या ठग की धमकी विश्वसनीय है ? क्या सूचना धारक को धमकी पर विश्वास करके अलमारी को खोल देना चाहिए ?

(b) Consider the game matrix below :

		Player B	
		L	R
Player A	U	140, 140	20, 160
	D	$90 + X, 90 - X$	50, 50

- (i) For what values of X do both players have a dominant strategy ?
- (ii) What strategy is/are the Nash equilibria in this case ?
- (iii) For what values of X do none of the player has a dominant strategy ? 10+9

निम्नलिखित खेल मैट्रिक्स पर विचार कीजिए :

		खिलाड़ी B	
		L	R
खिलाड़ी A	U	140, 140	20, 160
	D	$90 + X, 90 - X$	50, 50

- (i) X के किन मूल्यों के लिए दोनों खिलाड़ियों की एक प्रमुख रणनीति है ?
- (ii) इस मामले में कौनसी रणनीति नैश संतुलन है/हैं ?
- (iii) X के किन मूल्यों के लिए किसी भी खिलाड़ी की कोई एक प्रमुख रणनीति नहीं है ?

7. (a) Consider the following duopoly game of differentiated products for two firms 1 and 2. Firms have no production costs. The demand curves of duoploists are given as :

$$Q_1 = 1 - P_1 + P_2/4 \text{ and}$$

$$Q_2 = 1 - P_2 + P_1/4$$

where Q_1 and Q_2 are the quantities produced by the duopolist 1 and 2 respectively, and P_1 and P_2 are the prices charged by the two duopolists.

- (i) Solve for the Sub-game perfect Nash equilibrium (SPNE) of the sequential price choice game if player 1 is the first mover. Compute the firm's output and profits.
- (ii) Represent the equilibrium on a best response function diagram.
- (iii) If undercutting is possible, which firm will gain ?

दो फर्मों 1 तथा 2 के विभेदित उत्पादों के निम्नलिखित द्वाधिकारी खेल पर विचार कीजिए । फर्मों की कोई उत्पादन लागत नहीं है । द्वाधिकारियों का माँग वक्र इस प्रकार है :

$$Q_1 = 1 - P_1 + P_2/4 \text{ तथा}$$

$$Q_2 = 1 - P_2 + P_1/4$$

जहाँ Q_1 तथा Q_2 क्रमशः द्वाधिकारियों 1 तथा 2 द्वारा उत्पादित मात्रा हैं, तथा P_1 तथा P_2 दो द्वाधिकारियों द्वारा लगाया जाने वाला मूल्य है :

- (i) यदि खिलाड़ी 1 पहले आरम्भ करता है तो अनुक्रमिक मूल्य चयन खेल के लिए उप-खेल परिपूर्ण नैश संतुलन (SPNE) हल कीजिए । कंपनियों के उत्पादन तथा लाभ की गणना कीजिए ।
- (ii) सर्वोत्तम प्रतिक्रिया फलन आरेख पर संतुलन को प्रस्तुत कीजिए ।
- (iii) यदि कीमत कम करना संभव है, तो किस फर्म को लाभ होगा ?
- (b) What is the top-dog strategy in the sequential games ?

15+4

अनुक्रमिक खेलों में टॉप-डॉग रणनीति क्या है ?

P.T.O.

8. A monopolist faces two different demand curves from two kinds of consumers. The demand curves are given by :

$$P_1 = 40 - Q_1 \text{ (for market 1)}$$

$$P_2 = 20 - Q_2/2 \text{ (for market 2)}$$

P_1 and P_2 are the prices charged by the monopolist from the two kinds of consumers. The monopolist has constant average and marginal cost :

$$AC = MC = 10.$$

- (i) What is the optimum linear two part tariff ?
- (ii) What is the linear two part tariff if the monopolist could charge a different entry fee from each kind of consumer ?
- (iii) Suppose now that the monopolist can charge different prices from these two types of consumers and follows a policy of third degree price discrimination, what would be the price charged in each market. Calculate quantity and profits in each market ?

एक एकाधिकारी दो प्रकार के उपभोक्ताओं की दो अलग-अलग माँग का सामना करता है । माँग वक्र इस प्रकार हैं :

$$P_1 = 40 - Q_1 \text{ (बाजार 1 के लिए)}$$

$$P_2 = 20 - Q_2/2 \text{ (बाजार 2 के लिए)}$$

P_1 तथा P_2 दो प्रकार के उपभोक्ताओं से एकाधिकारी द्वारा लगाए गए मूल्य हैं । एकाधिकारी की औसत लागत और सीमांत लागत स्थिर है :

$$AC = MC = 10.$$

- (i) इष्टतम दो भाग रैखिक प्रशुल्क क्या है ?
- (ii) दो भाग रैखिक प्रशुल्क क्या होगा यदि एकाधिकारी प्रत्येक उपभोक्ता से अलग प्रवेश शुल्क ले सकता है ?

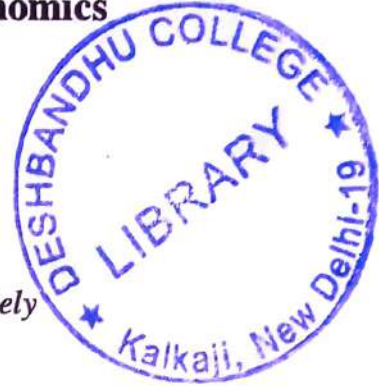
(iii) अब मान लीजिए कि एकाधिकारी इन दो विभिन्न प्रकार के उपभोक्ताओं से अलग-अलग कीमतें वसूल कर सकता है तथा तृतीय श्रेणी कीमत विभेद की नीति का पालन करता है, तो प्रत्येक बाजार में कितनी कीमत वसूली जाएगी ? प्रत्येक बाजार में मात्रा और लाभ की गणना कीजिए ।

9

This question paper contains 8 printed pages.

Your Roll No. 1915117.....

Sl. No. of Ques. Paper : 9191 GC-4
Unique Paper Code : 12271402
Name of Paper : Intermediate Macroeconomics – II
Name of Course : B.A. (Hons.) Economics
Semester : IV
Duration : 3 hours
Maximum Marks : 75



Write your Roll No. on the top immediately
on receipt of this question paper.)

NOTE :- Answers may be written either in English or in Hindi;
but the same medium should be used throughout
the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेज़ी या हिन्दी किसी एक भाषा
में दीजिये; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना
चाहिए।

Attempt all questions, selecting any two parts
from each question.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो
भागों के उत्तर दीजिए।

1. (a) (i) Allowing firms to charge a price above the marginal
cost is important to promote innovations in the
economy. Explain.

फर्मों को सीमान्त लागत से अधिक कीमत वसूल करने
देना, अर्थव्यवस्था में नवाचार (innovation) को बढ़ावा देने
हेतु आवश्यक है। समझाइए।

3

Turn over

- (ii) Consider an economy with a fixed saving rate and no technological progress. Suppose there is a war that does not directly affect the capital stock but the casualties reduce the labour force. What is the immediate impact on total output and on output per worker? Assuming that the saving rate is unchanged and that the economy was in a steady state before the war, what happens subsequently to output per worker in a post war economy? Does the growth rate of output per worker increase or decrease after the war?

स्थिर बचत दर व बिना प्रौद्योगिकीय प्रगति वाली एक अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि एक युद्ध पूंजी स्टॉक को सीधे तौर पर प्रभावित नहीं करता पर लोगों के हताहत होने (casualties) के कारण श्रम शक्ति कम हो जाती है। कुल उत्पाद व प्रति श्रमिक उत्पाद पर तुरन्त प्रभाव क्या है? यह मानते हुए कि बचत दर अपरिवर्तित रहती है तथा युद्ध से पहले अर्थव्यवस्था स्थिरावस्था (steady state) में थी, बताइए कि युद्ध के बाद प्रति श्रमिक उत्पाद पर क्या प्रभाव पड़ता है। प्रति श्रमिक उत्पाद की वृद्धि दर युद्ध के बाद बढ़ती है या कम होती है?

2+1½+1

- (b) Bring out the relationship between the warranted growth rate, the expected growth rate and the actual growth rate in the Harrod model. Using this explain the instability problem in capitalist economies.

हैरड के मॉडल में समाश्वस्त (warranted) वृद्धि दर, प्रत्याशित वृद्धि दर व वास्तविक वृद्धि दर के मध्य सम्बन्ध व्युत्पन्न कीजिए। इसकी सहायता से पूंजीवादी अर्थव्यवस्थाओं में अस्थायित्व की समस्या को समझाइए।

7½

- (c) Consider an economy with the production function $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$. Assume that $\alpha = 1/3$.
- (i) Is this production function characterised by Constant Returns to Scale?
- (ii) In terms of saving rate s and depreciation rate δ , derive expressions for capital per worker, output per worker and consumption per worker in the steady state.
- (iii) Suppose $\delta = 0.08$, and $s = 0.32$, what is the steady state capital per worker, output per worker and consumption per worker?

उत्पादन फलन $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$ वाली एक अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि $\alpha = 1/3$ है।

- (i) क्या यह उत्पादन फलन पैमाने के स्थिर प्रतिफल (constant returns to scale) प्रदर्शित करता है?
- (ii) बचत दर s व पूंजी की हास दर (depreciation rate) δ के पदों में प्रति श्रमिक पूंजी, प्रति श्रमिक उत्पाद व प्रति श्रमिक उपभोग के स्थिरावस्था वाले स्तरों हेतु व्यञ्जक दीजिए।
- (iii) मान लीजिए $\delta = 0.08$ तथा $s = 0.32$ तो प्रति श्रमिक पूंजी, प्रति श्रमिक उत्पाद व प्रति श्रमिक उपभोग के स्थिरावस्था वाले स्तर क्या-क्या हैं?

1½+3+3

2. (a) (i) What are the assumptions Friedman makes in his permanent income hypothesis?
मिल्टन फ्रीडमैन स्थायी आय परिकल्पना में क्या-क्या मान्यताएँ लेते हैं?
- (ii) Explain with the help of these assumptions, that for an above average income group, the consumption income point lies below the permanent consumption line and the opposite is true for a lower than average income group. Can this analysis be

used to describe short run cyclical fluctuations in income? Explain with the help of a diagram.

इन मान्यताओं की सहायता से समझाइए कि औसत से अधिक आय वाले आय-वर्ग हेतु उपभोग-आय बिन्दु स्थायी उपभोग रेखा के नीचे स्थित होता है तथा औसत से कम आय वाले आय-वर्ग हेतु इसका विपरीत सत्य होता है। क्या इस विश्लेषण का उपयोग आय में लघुकालीन चक्रीय उतार-चढ़ावों का वर्णन करने हेतु किया जा सकता है? एक रेखाचित्र की सहायता से समझाइए।

3+3+1½

- (b) (i) Suppose an individual has a utility function of the following form: $U(c_t) = \ln c_t$ for every time period t . If he discounts future utilities at a constant discount rate δ , show that his intertemporal optimizing behaviour, using an intertemporal budget constraint, leads to the result that the ratio of marginal utilities of consumption in each two adjacent periods over time is equal to the ratio of one plus the market interest rate to one plus the consumer discount rate.
- (ii) Using the above result show and also explain under what conditions consumption will rise and fall over time.
- (i) मान लीजिए कि किसी व्यक्ति का फलन प्रत्येक कालावधि हेतु $U(c_t) = \ln c_t$ है। यदि वह भविष्य की उपयोगिता पर स्थिर दर δ से बट्टा (discount) काटता है, तो दर्शाइए कि अन्तरअवधि (intertemporal) बजट प्रतिबन्ध के अधीन उसके अन्तरअवधि इष्टतमीकरण (optimization) व्यवहार के परिणामस्वरूप दो आसन्न (adjacent) अवधियों में उपभोग की सीमान्त उपयोगिताओं का अनुपात $(1 + \text{बाजार ब्याज दर})$ व $(1 + \text{उपभोक्ता की बट्टे (discount) की दर})$ के मध्य अनुपात के बराबर होगी।

(ii) उपरोक्त परिणाम की सहायता से दर्शाइए व समझाइए कि किन स्थितियों में उपभोग समय के साथ बढ़ेगा व घटेगा।

4½+3

- (c) (i) Explain how Robert Hall reformulated the consumption theory by incorporating the assumption of rational expectations.
- (ii) What are the shortcomings of Hall's rational expectation approach?
- (i) समझाइए कि रॉबर्ट हॉल ने किस प्रकार तर्कसंगत (rational) प्रत्याशाओं को समाविष्ट करके उपभोग के सिद्धान्त का पुनर्सूत्रण किया।
- (ii) हॉल के तर्कसंगत प्रत्याशा दृष्टिकोण की क्या-क्या कमियाँ हैं?

4½+3

3. (a) (i) 'A booming stock market is good for investment.' Discuss.
- (ii) Explain why lenders may ration the quantity of credit rather than merely charge higher interest rates to more risky borrowers.
- (iii) What is investment tax credit? Why does a temporary investment tax credit have a larger effect on investment than a permanent one?
- (i) 'शेयर बाजार में तेज़ी निवेश के लिए अच्छी होती है।' विवेचन कीजिए।
- (ii) समझाइए कि ऋणदाता अधिक जोखिम वाले ऋणग्राहकों हेतु मात्र उच्चतर ब्याज दर वसूल करने की बजाय ऋण की मात्रा को नियन्त्रित (ration) क्यों करते हैं।
- (iii) निवेश कर समंजन (investment tax credit) क्या है? स्थायी निवेश कर समंजन की तुलना में अस्थायी निवेश कर समंजन का निवेश पर प्रभाव अधिक क्यों होता है?
- (b) (i) Explain the process of determination of equilibrium in the housing market in the short run.

2+3+2½

- (ii) What are the factors that determine the position of the demand curve of housing in the short run?
 (iii) When will the long run equilibrium of the housing industry be reached in a non-growing economy?

(i) आवासीय बाज़ार में लघु काल में साम्यावस्था के निर्धारण की प्रक्रिया को समझाइए।

(ii) आवासन हेतु मांग वक्र की स्थिति को लघुकाल में कौन कौन से कारक निर्धारित करते हैं?

(iii) एक ऐसी अर्थव्यवस्था, जिसमें वृद्धि नहीं हो रही है, में आवासन उद्योग में दीर्घकालीन साम्यावस्था कब प्राप्त होगी?
 3+3+1½

(c) (i) Explain how the aggregate demand for money function with regressive expectations can be obtained from individual demand curves with the help of a diagram.

(ii) What are the two shortcomings of this analysis?

(i) समझाइए कि प्रतिगामी (regressive) प्रत्याशाओं के साथ मुद्रा का समग्र मांग फलन व्यक्तिगत मांग फलनों से एक रेखाचित्र की सहायता से किस प्रकार प्राप्त किया जा सकता है।

(ii) इस विश्लेषण की दो कमियाँ क्या-क्या हैं?
 5½+2

4. (a) (i) 'Inflation targeting eliminates deviations of output from its natural level.' Discuss. What are the shortcomings of this argument?

(ii) The monetary base to GDP is 3% and nominal money growth is 5% per year. Calculate the revenue earned by the Central Bank.

(i) 'स्फीति लक्ष्यांकन (inflation targeting), उत्पाद के अपने प्राकृतिक स्तर से विचलनों को समाप्त कर देता है।' इस कथन का विवेचन कीजिए। इस तर्क की क्या-क्या कमियाँ हैं?

(ii) किसी अर्थव्यवस्था में मौद्रिक आधार—GDP अनुपात 3% है तथा मुद्रा की मौद्रिक वृद्धि प्रतिवर्ष 5% है। केन्द्रीय बैंक द्वारा अर्जित राजस्व की गणना कीजिये।
 5+2½

(b) (i) Examine the view that debt financed govt. spending keeps economic activity unchanged.

(ii) Explain how the debt—GDP ratio is affected when real interest rate increases and growth rate of output falls.

(i) ऋण-पोषित (debt financed) सरकारी व्यय से आर्थिक गतिविधि का स्तर अपरिवर्तित रहता है, इस कथन का परीक्षण कीजिए।

(ii) जब वास्तविक ब्याज दर बढ़ती है व उत्पाद की वृद्धि दर गिरती है तो ऋण—GDP अनुपात किस प्रकार प्रभावित होता है, समझाइए।
 2½+5

(c) The Real Business Cycle model's explanation of business cycles depends crucially on the slope of the labour supply curve. Discuss. To what extent can this model realistically explain persistent recessions?

व्यापार चक्रों की वास्तविक व्यापार चक्र मॉडल द्वारा की गई व्याख्या महत्वपूर्ण रूप से श्रम-आपूर्ति वक्र के ढाल पर निर्भर करती है। इस कथन का विवेचन कीजिए। यह मॉडल दृढ़ (persistent) मंदियों की किस सीमा तक यथार्थतः व्याख्या कर सकता है?
 7½

5. (a) (i) Explain the three factors that commonly create a financial crisis in advanced countries.

(ii) Why does debt deflation make financial crisis worse?

(i) उन तीन कारकों को समझाइए जो विकसित अर्थव्यवस्थाओं में सामान्यतः वित्तीय संकटों (financial crises) को जन्म देते हैं।

- (ii) ऋण-अवस्फीति (debt-deflation) वित्तीय संकट को बदतर क्यों बना देती है? 4½+3
- (b) (i) What do you understand by golden rule steady state? Derive the condition for golden rule steady state.
- (ii) An economy is at a steady state with less capital than the golden rule steady state. Show the transition paths of output, consumption and investment towards the golden rule steady state.
- (i) स्वर्णिम नियम (golden rule) स्थिरावस्था से आप क्या समझते हैं? स्वर्णिम नियम स्थिरावस्था हेतु शर्त (condition) व्युत्पन्न कीजिए।
- (ii) एक अर्थव्यवस्था एक ऐसी स्थिरावस्था में है जिसमें स्वर्णिम नियम स्थिरावस्था से कम पूंजी है। उत्पाद, उपभोग व निवेश के स्वर्णिम नियम स्थिरावस्था की ओर संक्रमण-पथों (transition paths) को दर्शाइए। 4+3½
- (c) (i) Explain Friedman's and Phelps's versions of the fooling model.
मूर्ख बनाने के (fooling) मॉडल के फ्रीडमैन व फेलप्सव द्वारा दिए गए रूपान्तरों को समझाइए।
- (ii) Discuss how long term labor contracts can act as a source of a business cycle.
दीर्घकालीन श्रम अनुबन्ध किस प्रकार व्यापार चक्र का स्रोत हो सकते हैं, विवेचन कीजिए। 4½+3

For Reading

(B)

24/5/17

This question paper contains 16+7 printed pages + 11 Table Attached]

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 9192

Unique Paper Code : 122714 03

Name of the Paper : Introductory Econometrics

Name of the Course : B.A. (Honours) Economics—CBCS Part-II

Semester : IV

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।)

Note : Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

The question paper consists of *seven* questions.

Attempt any *five* questions.

Each question carries **15** marks.

Use of simple non-programmable calculator is allowed.

Statistical tables are attached for your reference.

प्रश्न-पत्र सात प्रश्नों का है ।

किन्हीं भी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये ।

प्रत्येक प्रश्न **15** अंक वहन करता है ।

सरल गैरप्रोग्राम कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति दी जाती है ।

आपके सन्दर्भ के लिए सांख्यिकी टेबल प्रश्न-पत्र के अंत में दी गयी हैं ।

P.T.O.

1. State whether the following statements are true or false. Give reasons for your answer :

- (a) The adjusted R^2 is always less than the unadjusted R^2 .
- (b) The OLS estimators are best linear unbiased estimators (BLUE) in the presence of heteroscedasticity.
- (c) All points of the sample cannot lie above the estimated least squares sample regression line :

$$\hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_i$$

- (d) A regression model with a high R^2 may not be judged to be good if one or more coefficients have the wrong sign.
- (e) The smaller the p -value, the more contradictory is the data to H_0 . 5×3=15

निम्नलिखित बयान सही हैं या गलत हैं । अपने जवाब के लिए कारण दीजिए :

(क) समायोजित R^2 हमेशा असमायोजित R^2 से कम होता है ।

(ख) हेटरोसेडस्टिसिटी (Heteroscedasticity) की स्थिति में ओ.एल.एस. (OLS) आकलनकर्ता सबसे श्रेष्ठ रैखिक और निष्पक्ष (BLUE) है ।

(ग) नमूना के सभी बिंदु अनुमानित न्यूनतम वर्गफल (least squares) प्रतीगमन रेखा

$$\hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_i$$

से ऊपर नहीं हो सकते हैं ।

(घ) अधिकतम R^2 वाला प्रतीगमन मॉडल को सही नहीं आंका जा सकता यदि एक या एक से अधिक गुणांक गलत संकेत वाले हों ।

(ङ) पी-वैल्यू जितना छोटा है, डाटा H_0 का उतना विरोधाभासी है ।

2. (a) Consider the regression model :

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$$

In order to check for presence of multicollinearity, the auxiliary regression is run and the results are as follows :

$$\widehat{X_{2i}} = 2.456 + 0.7952 X_{3i}$$

$$(se) = (0.56) (1.598) \quad R_2^2 = 0.90.$$

(i) Compute variance inflation factor (VIF). Do you find evidence of multicollinearity ?

(ii) Would multicollinearity necessarily result in high standard errors of the OLS estimators in the above model ?

5

प्रतीगमन मॉडल :

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$$

पर विचार कीजिए, मल्टीकोल्लिनेरिटी (Multicollinearity) की उपस्थिति की जाँच करने के लिए एक सहायक प्रतीगमन चलाया जाता है और परिणाम इस प्रकार हैं :

$$\widehat{X_{2i}} = 2.456 + 0.7952 X_{3i}$$

$$(se) = (0.56) (1.598) \quad R_2^2 = 0.90.$$

(i) विचरण स्फीति कारक (Variance inflation factor) परिकलित कीजिए । क्या आप मल्टीकोल्लिनेरिटी (multicollinearity) का संकेत पाते हैं ?

(ii) क्या ऊपर के मॉडल, मल्टीकोल्लिनेरिटी के कारण, ओ.एल.एस. (OLS) आकलनकर्ता के मानक त्रुटियों का मूल्य अनिवार्य रूप से उच्च होगा ?

(b) Let the population regression function be :

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$$

The function is estimated using OLS and the residuals, e_i , are found to be heteroscedastic. Transform the above model by applying the weighted least squares (WLS) method to obtain homoscedastic errors under each of the following cases. Do the transformed regressions in each case have an intercept term :

(i) $u_i = \epsilon_i X_i$ where $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

(ii) $E(u_i^2) = \sigma^2 \sqrt{X_i}$.

माना कि जनसंख्या प्रतीपगमन प्रकार्य यह है :

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$$

इस प्रतीपगमन प्रकार्य का अनुमान ओ.एल.एस. विधि से निकाला गया तथा अवशिष्ट, e_i , हेट्रोसेडास्टिक पाए गए । उक्त मॉडल का रूपांतरण भारित न्यूनतम वर्ग-फल (Weighted Least Squares) विधि द्वारा कीजिए ताकि निम्नलिखित प्रत्येक मामले में होमोसेडास्टिक त्रुटि पायी जा सके । क्या इस प्रकार तब्दील प्रतिगमन रेखाओं में अवरोधन पद (intercept term) होगा :

(i) $u_i = \epsilon_i X_i$ where $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

(ii) $E(u_i^2) = \sigma^2 \sqrt{X_i}$.

- (c) The owner of a shopping mall is considering the possibility of redesigning the parking facility. He first wants to check the claim that, on average, cars remain in the parking area for 42.5 minutes. For this a random sample of 64 cars was investigated and it was decided that the claim would be accepted if the sample mean falls between 40.5 to 44.5 minutes. Assuming $\sigma = 7.6$ minutes, calculate the probability of rejecting the null hypothesis when the null hypothesis is false because the true population mean is 38.5. 5

एक शॉपिंग मॉल का मालिक पार्किंग सुविधा पुनर्नियोजन की संभावना पर विचार कर रहा है । वह इस दावे की जाँच करना चाहता है कि एक कार औसत 42.5 मिनट के लिए पार्किंग क्षेत्र में रहती है । इसके लिए 64 कारों का एक यादृच्छिक नमूना लिया गया, जाँच की गई और यह निर्णय किया गया कि दावा स्वीकार किया जाएगा अगर नमूना औसत 40.5 और 44.5 मिनट के बीच आए । यह मानते हुए कि $\sigma = 7.6$ मिनट, अशक्त परिकल्पना (Null Hypothesis) के खारिज की संभावना की गणना कीजिए जब अशक्त परिकल्पना गलत है, सत्य आबादी औसत 38.5 है ।

- (a) Data on monthly income (X, in Rs, '000) and monthly food expenditure (Y, in Rs. '000) of seven households yielded the following information :

$$\sum x_i y_i = 211.7143, \quad \sum x_i^2 = 801.4286, \quad \sum y_i^2 = 60.8571,$$

$$\bar{Y} = 9.143, \quad \bar{X} = 30.286$$

where

$$y_i = Y_i - \bar{Y}, x_i = X_i - \bar{X}$$

- (i) Obtain the estimated regression line of monthly food expenditure on monthly income.
- (ii) Calculate the standard error of regression.
- (iii) What proportion of the total variation in food expenditure of households can be attributed to the linear relationship between food expenditure and income ? 5

सात परिवारों की मासिक आय (X, '000 रु.) और मासिक भोजन व्यय (Y, '000 रु.) के आँकड़ों से निम्नलिखित जानकारी मिली :

$$\sum x_i y_i = 211.7143, \sum x_i^2 = 801.4286, \sum y_i^2 = 60.8571,$$

$$\bar{Y} = 9.143, \bar{X} = 30.286.$$

जहाँ

$$y_i = Y_i - \bar{Y}, x_i = X_i - \bar{X},$$

- (i) मासिक आय पर मासिक भोजन व्यय की अनुमानित प्रतिगमन रेखा प्राप्त कीजिए ।
- (ii) प्रतिगमन की मानक त्रुटि की गणना कीजिए ।
- (iii) परिवारों के भोजन व्यय में कुल भिन्नता का कितना अनुपात भोजन व्यय और आय के बीच रैखिक संबंधों को जिम्मेदार ठहराया जा सकता है ?

- (b) (i) Discuss any *two* reasons for the presence of autocorrelation.

स्वतःसहसंबंध (Autocorrelation) के उपस्थिति के किन्हीं दो कारणों की चर्चा कीजिए ।

- (ii) If ρ is known to be 0.8, discuss how the problem of autocorrelation can be remedied using Generalized Least Squares (GLS) for the following two-variable regression model, 5

$$Y_t = B_1 + B_2X_t + u_t$$

where the disturbance term, u_t , follows AR(1) scheme, that is,

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t$$

यदि ρ (रो) का मान 0.8 है, ये चर्चा कीजिए कि निम्नलिखित दो-चर प्रतिगमन मॉडल के सन्दर्भ में किस प्रकार सामान्यीकृत न्यूनतम वर्ग-फल (Generalized Least Squares) का इस्तेमाल कर स्वतःसहसंबंध (Autocorrelation) की समस्या से मुक्ति पाई जा सकती है :

$$Y_t = B_1 + B_2X_t + u_t$$

यहाँ अवशिष्ट पद u_t स्वतः प्रतिगमन AR(1) पद्धति अर्थात्

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t$$

का अनुसरण करते हैं ।

(c) If the regression model

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$$

is estimated using the method of least squares, prove that the OLS residuals, e_i would be uncorrelated with the estimated Y values. 5

यदि प्रतिगमन मॉडल

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$$

का अनुमान न्यूनतम वर्ग-फल (Least Square) विधि से किया जाये तो साबित कीजिए कि ओ.एल.एस. अवशिष्ट अनुमानित Y से असहसंबंध होंगे ।

4. (a) Are the OLS estimators BLUE in the presence of high multicollinearity among the regressors ? What are the practical consequences of estimating a regression model in the presence of multicollinearity ? 5

क्या ओ.एल.एस. अनुमानक उच्च बहु-समरैखिकता (Multicollinearity) की उपस्थिति में BLUE होते हैं ? बहु-समरैखिकता (Multicollinearity) की उपस्थिति में किसी प्रतिगमन मॉडल का अनुमान लगाने के परिणाम क्या होंगे ?

(b) A three-variable regression model gave the following results :

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Sum of Squares
Due to Regression	32621	—	—
Due to Residuals	—	—	—
Total	39472	33	

(i) Complete the table.

(ii) Test the model for overall goodness of fit at 5% level of significance.

(iii) Calculate the value of \bar{R}^2 for the model.

5

एक तीन-चरणीय प्रतिगमन मॉडल से निम्नलिखित परिणाम आया :

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Sum of Squares
Due to Regression	32621	—	—
Due to Residuals	—	—	—
Total	39472	33	

(i) इस तालिका को पूर्ण कीजिए ।

(ii) मॉडल को समग्र दुरुस्तता की अच्छाई (goodness of fit) का परीक्षण महत्व के 5% के स्तर पर कीजिए ।

(iii) मॉडल के लिए \bar{R}^2 का मूल्य निकालिये ।

(c) The regression results from the model,

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$$

are obtained for a cross-section of 30 households, where Y is consumption expenditures (in Rs. thousands) and X is income (in Rs. thousands). In order to check for the presence of heteroscedasticity, the observations are arranged in the increasing order of the magnitude of X. The regression is run separately for first 11 (Group 1) and last 11 observations (Group 2). The regression results for these two subgroups are reported as follows (standard errors are reported in the parentheses) :

$$\text{Group 1 : } \hat{Y}_i = 1.0533 + 0.876 X_i$$

$$(\text{se}) = (0.616) \quad (0.038) \quad R^2 = 0.9851 \quad \text{RSS1} = 0.475 \times 10^5$$

$$\text{Group 2 : } \hat{Y}_i = 3.279 + 0.835 X_i$$

$$(\text{se}) = (3.443) \quad (0.096) \quad R^2 = 0.9585 \quad \text{RSS2} = 3.154 \times 10^5$$

- (i) Perform Goldfeld-Quandt test at 5% level of significance. State the null and alternate hypotheses clearly. Do you find evidence of heteroscedasticity ?
- (ii) List the underlying assumptions related to the disturbance term made in the above test.

5

मॉडल

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$$

से प्रतिगमन परिणाम निकाले गये इसके लिए व्यापक प्रतिनिधित्व के 30 परिवारों के आँकड़े लिए गए जहाँ Y उपभोग व्यय ('000 रु.) और X ('000 रु.) आय है । हेट्रोसेडस्टिसिटी (Heteroscedasticity) का पता करने के लिए अवलोकनों को X के परिमाण के बढ़ते क्रम में व्यवस्थित किया गया । पहले 11 (ग्रुप 1) तथा बाद के 11 (ग्रुप 2) अवलोकनों के लिए अलग-अलग प्रतिगमन का अनुमान लगाया गया । परिणाम निम्नलिखित है (मानक त्रुटियाँ कोष्ठक में दी गई हैं) :

$$\text{ग्रुप 1 : } \hat{Y}_i = 1.0533 + 0.876 X_i$$

$$(\text{se}) = (0.616) \quad (0.038) \quad R^2 = 0.9851 \quad \text{RSS1} = 0.475 \times 10^5$$

$$\text{ग्रुप 2 : } \hat{Y}_i = 3.279 + 0.835 X_i$$

$$(\text{se}) = (3.443) \quad (0.096) \quad R^2 = 0.9585 \quad \text{RSS2} = 3.154 \times 10^5$$

- (i) महत्व के 5% के स्तर पर (Goldfeld-Quandt) परीक्षण कीजिए । अशक्त और वैकल्पिक परिकल्पनाओं को स्पष्ट रूप से बताइए । क्या आप हेटरोसेडस्टिसिटी (Heteroscedasticity) का सबूत पाते हैं ?
- (ii) उपर्युक्त परीक्षा में त्रुटि पदों से संबंधित ली गई अंतर्निहित मान्यताओं की सूची दीजिए ।

5. (a) The following regression model was estimated using annual time-series data for the period 1990-2012 for a certain country :

$$\widehat{\ln Y_t} = b_1 + b_2 \ln X_{2t} + b_3 \ln X_{3t}$$

where Y_t = demand for cheese (in kg.)

X_2 = disposable income (in Rs. '000)

X_3 = price of cheese (in Rs. per kg.)

The results are summarized in the following table :

	Coefficient	Standard error
Intercept	2.03	0.116
X_2	0.45	0.025
X_3	-0.377	0.063

(i) Interpret the partial slope coefficients.

(ii) If the calculated F statistic for the estimated model is 492.513, what is its R^2 ? 5

निम्नलिखित प्रतिगमन मॉडल का अनुमान 1990 अवधि, एक निश्चित देश के लिए वार्षिक समय श्रृंखला डेटा का उपयोग कर 2012 के लिए लगाया गया :

$$\widehat{\ln Y_t} = b_1 + b_2 \ln X_{2t} + b_3 \ln X_{3t}$$

जहाँ Y_t = पनीर के लिए माँग (किलोग्राम में)

X_2 = प्रयोज्य आय ('000 रु. में)

X_3 = पनीर की कीमत (रु. प्रति किलो में)

परिणाम निम्न तालिका में सममित हैं :

	गुणांक (Coefficient)	मानक त्रुटि (Standard error)
अवरोधन (Intercept)	2.03	0.116
X_2	0.45	0.025
X_3	-0.377	0.063

(i) आंशिक ढलान गुणांक की व्याख्या कीजिए ।

(ii) अगर अनुमान मॉडल के लिए एक सांख्यिकी का मान 492.513 है तो इसका R^2 क्या है ?

(b) A researcher estimated the demand function for money for an economy for 100 quarters using quarterly data for the period Q1 : 1985-1986 to Q2 : 2010-2011. The regression results are as follows (standard errors are mentioned in the brackets and \ln indicates natural log) :

$$\widehat{\ln M_t} = 2.6027 - 0.4024 \ln R_t + 0.59 \ln Y_t$$

$$(se) = (1.24) \quad (0.36) \quad (0.34)$$

$$R^2 = 0.92 \quad \text{Durbin-Watson } d\text{-statistic} = 1.755$$

where M_t = real cash balances

R_t = long-term interest rate

Y_t = aggregate real national income

Use Durbin-Watson d test to check for the presence of first order autocorrelation at 5% level of significance.

5

एक शोधकर्ता ने 100 तिमाहियों त्रैमासिक डेटा (तिमाही 1 : 1985-1986 से तिमाही 2 : 2010-2011) का उपयोग कर किसी अर्थव्यवस्था के लिए माँग समारोह अनुमानित किया प्रतिगमन परिणाम इस प्रकार हैं (मानक त्रुटियाँ कोष्ठक में उल्लेख कर रहे हैं और एल.एन. प्राकृतिक लॉग इंगित करता है) :

$$\widehat{\ln M_t} = 2.6027 - 0.4024 \ln R_t + 0.59 \ln Y_t$$

$$(\text{मानक त्रुटि}) = (1.24) \quad (0.36) \quad (0.34)$$

$$R^2 = 0.92 \text{ डर्बिन-वाटसन डी-स्टैटिस्टिक} = 1.755$$

यहाँ,

$$M_t = \text{असली नकद शेष}$$

$$R_t = \text{दीर्घकालिक ब्याज दर}$$

$$Y_t = \text{सकल वास्तविक राष्ट्रीय आय ।}$$

महत्व के 5% के स्तर पर प्रथम क्रम स्वतःसहसंबंध (Autocorrelation) की उपस्थिति की जाँच करने के लिए डर्बिन-वाटसन डी परीक्षण का उपयोग कीजिए ।

(c) For the log-inverse and lin-log functional forms given below, find the slope and elasticity of Y with respect to X :

$$(i) \ln(Y) = B_1 + B_2(1/X)$$

$$(ii) Y = B_1 + B_2 \ln(X).$$

5

नीचे दिए गए लॉग-विलोम और लिनलॉग कार्यात्मक रूपों के लिए, Y की X के संबंध में ढलान और लोच पता कीजिए :

$$(i) \ln(Y) = B_1 + B_2(1/X)$$

$$(ii) Y = B_1 + B_2 \ln(X) ।$$

6. (a) The management of a cookie manufacturing company does not want the variance of the net weight of these cookies in a pack to be more than 0.015 square grams. If the variance is not within this limit, the machine used for packaging is stopped and adjusted. A recently taken random sample of 25 package from the production line gave a variance of 0.029 square grams.

Based on this information, do you think the machine needs an adjustment ? Use a 5% level of significance. State the underlying assumption, if any. 5

कुकी निर्माता कंपनी का प्रबंधन किसी भी पैक में इन कुकीज़ के शुद्ध वजन का विचरण 0.015 वर्ग ग्राम से अधिक नहीं चाहता । यदि विचरण इस सीमा के भीतर नहीं है, तो पैकेजिंग के लिए इस्तेमाल की जाने वाली मशीन को बंद कर दिया जाता है और समायोजित किया जाता है । उत्पादन लाइन से हाल ही में लिये गए 25 पैकेजों के एक यादृच्छिक नमूने ने 0.029 वर्ग ग्राम का विचलन दिया ।

इस जानकारी के आधार पर, क्या आपको लगता है कि मशीन को एक समायोजन की आवश्यकता है ? 5% महत्व-स्तर का उपयोग कीजिए । अंतर्निहित धारणा, यदि कोई हो तो बताइए ।

(b) (i) In the regression model

$$Y_i = A_1 + A_2X_{2i} + A_3X_{3i} + u_i$$

suppose

$$Y_{3i} = 10 + 3X_{2i}$$

Show that we cannot uniquely estimate the original parameters A_1 , A_2 and A_3 .

प्रतिगमन मॉडल :

$$Y_i = A_1 + A_2X_{2i} + A_3X_{3i} + u_i$$

मान लीजिए :

$$Y_{3i} = 10 + 3X_{2i}$$

सिद्ध कीजिए कि हम मूल पैरामीटर A_1 , A_2 और A_3 का अनन्य अनुमान नहीं कर सकते ।

(ii) Discuss any *two* remedial measures to eliminate the problem of multicollinearity.

5

बहु-रैखिकता (Multicollinearity) की समस्या को खत्म करने के लिए किन्हीं भी दो उपचारात्मक उपायों पर चर्चा कीजिए ।

- (c) The following regression output relates to the advertisement expenditure (X) and sales (Y) of a firm manufacturing garments using cross-sectional data collected in a particular year from 14 stores that the Company owns :

$$\hat{Y}_i = - 1.2088 + 2.0742 X_i$$

$$se = (0.9949) (0.2536)$$

- (i) Conduct a two-tailed test for the statistical significance of the slope coefficient at 1% level of significance.

- (ii) Apply the F test to test the preceding hypothesis. 5

निम्नलिखित प्रतिगमन विज्ञापन व्यय (X) और बिक्री (Y) से संबंधित है । आँकड़ा क्रॉस-अनुभागीय है और यह एक विशेष वर्ष में 14 स्टोरों वाली कपड़ा निर्माता कंपनी से सम्बन्धित है :

$$\hat{Y}_i = - 1.2088 + 2.0742 X_i$$

$$se = (0.9949) (0.2536)$$

- (i) 1% महत्व स्तर पर ढलान गुणांक के सांख्यिकीय महत्व के लिए (two-tailed) परीक्षण का संचालन कीजिए ।
- (ii) इस अभिकल्पना का परीक्षण करने के लिए आप F परीक्षण का उपयोग करें ।

7. (a) Consider the following regression model :

$$Y = B_0 + B_1 \ln(X_1) + B_2 \ln(X_2) + B_3 \ln(X_3) + B_4 \ln(X_4) + u$$

where

Y = per capita consumption of potatoes in kg;

X_1 = per capita income in Rs. '000,

X_2 = price of potatoes in Rs. per kg.

X_3 = price of cauliflower in Rs. per kg.

X_4 = price of cabbage in Rs. per kg.

- (i) How will you test the joint hypothesis that potato consumption is not affected by the prices of cabbage and cauliflower? Explain the steps involved in the test with reference to the above model.
- (ii) If the estimated value of b_1 is 200, it means "a 1% increase in income is associated with a 200% increase in per capita consumption of potatoes, everything else kept constant." Is the above interpretation correct? Explain.

निम्नलिखित प्रतिगमन मॉडल पर विचार कीजिए :

$$Y = B_0 + B_1 \ln(X_1) + B_2 \ln(X_2) + B_3 \ln(X_3) + B_4 \ln(X_4) + u$$

यहाँ,

Y = किलो में आलू की प्रति व्यक्ति खपत,

X_1 = प्रति व्यक्ति आय '000 रुपये में,

X_2 = प्रति किलोग्राम, आलू की कीमत,

X_3 = प्रति किलो, फूलगोभी की कीमत

X_4 = प्रति किलोग्राम, गोभी की कीमत

(i) आप इन अनुमानों का संयुक्त परीक्षण कैसे करेंगे कि गोभी और फूलगोभी की कीमतों से आलू की खपत प्रभावित नहीं होती है ? उपर्युक्त मॉडल के संदर्भ में परीक्षण में शामिल चरणों को समझाइए ।

(ii) मान लीजिए अनुमानित b_1 का मान 200 है । इसका मतलब है : “बाकी सब कुछ स्थिर मानते हुए, आय में 1% की वृद्धि आलू की प्रति व्यक्ति खपत में 200% की वृद्धि के साथ जुड़ी है ।” क्या यह व्याख्या सही है ? समझाइए ।

(b) For the regression model

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i,$$

the fitted regression equation is :

$$\hat{Y}_i = b_1 + b_2X_i.$$

In each of the cases below, find the new fitted regression equation, \hat{Y}_i^* and express it in terms of \hat{Y}_i .

(i) if we add a constant λ to each X value.

(ii) if we add a constant μ to each Y value.

5

प्रतिगमन मॉडल :

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i,$$

के लिए फिट प्रतिगमन समीकरण है :

$$\hat{Y}_i = b_1 + b_2X_i.$$

नीचे दिए गए प्रत्येक मामले में, नया योग्य प्रतिगमन समीकरण, \hat{Y}_i^* ढूँढ़िये तथा \hat{Y}_i के संदर्भ में व्यक्त कीजिए :

(i) अगर हम X के प्रत्येक मान के लिए एक कंस्टन्ट λ जोड़ते हैं ।

(ii) अगर हम Y के प्रत्येक मान के लिए एक कंस्टन्ट μ जोड़ते हैं ।

- (c) The following model of consumption is estimated for an economy for the years 1947-2000 :

$$\ln C_t = B_1 + B_2 \ln PDI_t + B_3 INT_t + u_t$$

where C = real consumption expenditures in billions of dollars

PDI = real disposable personal income in billions of dollars

INT = real interest rate

and ln indicates natural log.

The OLS residuals (e_t) are then regressed on $\ln PDI$, INT and e_{t-1} as follows :

$$e_t = A_1 + A_2 \ln PDI_t + A_3 INT_t + A_4 e_{t-1} + v_t$$

The above regression is reported to have $R^2 = 0.0983$. Perform Breusch-Godfrey test to check for the presence of autocorrelation at 5% level of significance. 5

वर्ष 1947-2000 की अवधि के लिए उपभोग के निम्नलिखित मॉडल का अनुमान है :

$$\ln C_t = B_1 + B_2 \ln PDI_t + B_3 INT_t + u_t$$

जहाँ, C = बिलियन डॉलर में असली खपत व्यय,

PDI = अरबों डॉलर में असली डिस्पोजेबल व्यक्तिगत आय,

INT = असली ब्याज दर ।

और ln प्राकृतिक लॉग इंगित करता है ।

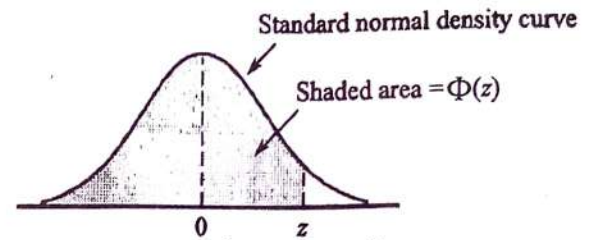
ओ.एल.एस. अवशिष्ट (e_t) तब $\ln PDI$, INT और e_{t-1} पर निम्न प्रकार प्रतिगमित किये गए :

$$e_t = A_1 + A_2 \ln PDI_t + A_3 INT_t + A_4 e_{t-1} + v_t$$

ऊपर के प्रतिगमन में $R^2 = 0.0983$ है । 5% स्तर के महत्व पर स्वतःसह-संबंध (Autocorrelation) की उपस्थिति की जाँच के लिए ब्रूस-गॉडफ्रे परीक्षा कीजिए ।

Table A.3 Standard Normal Curve Areas

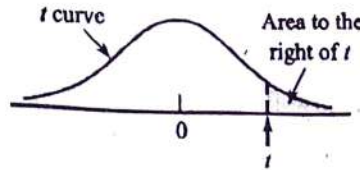
$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$



<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0038
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.8 t Curve Tail Areas



<i>t</i>	<i>v</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0		.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1		.468	.465	.463	.463	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2		.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3		.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.386	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4		.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5		.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6		.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278
0.7		.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8		.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9		.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0		.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1		.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2		.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3		.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4		.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.093	.092	.091	.091	.090	.090	.089
1.5		.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.077	.076	.075
1.6		.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.065	.064	.064
1.7		.169	.116	.094	.082	.075	.070	.065	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.055	.054	.054	.053
1.8		.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9		.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0		.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1		.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.033	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2		.136	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3		.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.018	.017	.017
2.4		.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5		.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.012	.011	.011
2.6		.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.012	.011	.010	.010	.010	.009	.009
2.7		.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.008	.007
2.8		.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9		.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0		.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1		.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2		.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002
3.3		.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4		.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.5		.089	.036	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.6		.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7		.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8		.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9		.080	.030	.015	.009	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000
4.0		.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000

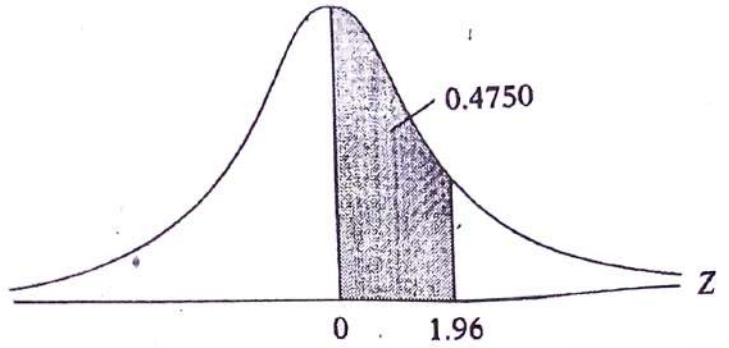
(continued)

AREAS UNDER THE STANDARDIZED NORMAL DISTRIBUTION

Example

$$\Pr(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$$

$$\Pr(Z \geq 1.96) = 0.5 - 0.4750 = 0.025$$



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4454	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

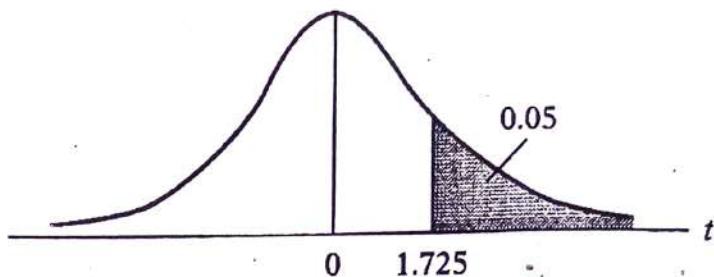
PERCENTAGE POINTS OF THE *t* DISTRIBUTION

Example

$$\Pr(t > 2.086) = 0.025$$

$$\Pr(t > 1.725) = 0.05 \quad \text{for } df = 20$$

$$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$$

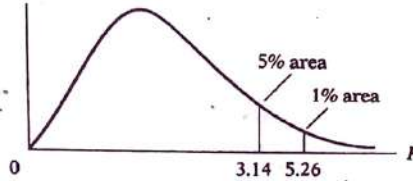


df \ Pr	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.010	0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION

Example

- Pr($F > 1.59$) = 0.25
- Pr($F > 2.42$) = 0.10 for df $N_1 = 10$
- Pr($F > 3.14$) = 0.05 and $N_2 = 9$
- Pr($F > 5.26$) = 0.01



df for denominator N_2	Pr	df for numerator N_1												df for numerator N_1												Pr	df for denominator N_2
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞		
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41	9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	.25	1
	.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2	60.5	60.7	61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.7	62.8	63.0	63.1	63.2	63.3	63.3	.10	
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	246	248	249	250	251	252	252	253	253	254	254	254	.05	
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	.25	2
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10	
	.05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	
3	.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01	
	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	.25	
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	.10	
4	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	
	.01	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.2	26.2	26.2	26.1	26.1	.01	
	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	.25	
5	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10	
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05	
	.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.5	.01	
6	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	.25	
	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10	
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	
7	.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01	
	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	.25	
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10	
8	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05	
	.01	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01	
	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.68	1.68	1.67	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	.25	
9	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	.10	
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	
	.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	.01	
10	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	.25	
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	.10	
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05	
11	.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01	
	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	.25	
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10	
12	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	
	.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01	

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (Continued)

df for denominator N_2	df for numerator N_1																										df for denominator N_2
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
10	.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.49	1.48	1.48	.25	10
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10	
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05	
	.01	10.0	7.58	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01	
11	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25	11	
	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97		.10
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40		.05
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.60		.01
12	.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.43	1.42	1.42	.25	12
	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10	
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05	
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01	
13	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	.25	13
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10	
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05	
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01	
14	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.39	1.39	1.39	1.38	1.38	.25	14
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10	
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05	
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01	
15	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	1.36	.25	15
	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10	
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05	
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01	
16	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	1.35	1.34	1.34	1.34	.25	16
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10	
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05	
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01	
17	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.34	1.33	1.33	.25	17
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10	
	.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05	
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01	
18	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.32	.25	18
	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10	
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05	
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01	
19	.25	1.41	1.49	1.48	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.31	1.31	1.30	.25	19
	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10	
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05	
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01	
20	.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.29	.25	20
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10	
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05	
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01	

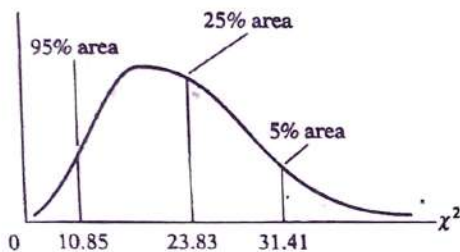
UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (Continued)

df for denominator N_2	df for numerator N_1																								df for denominator N_2			
	Pr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500		∞	Pr	
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	.25	22
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	1.57	.10	
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	1.78	.05	
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	2.31	.01	
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	1.26	.25	24
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	1.53	.10	
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	1.73	.05	
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	2.21	.01	
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	1.25	.25	26
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	1.50	.10	
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	1.69	.05	
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	2.13	.01	
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	1.23	.25	28
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	1.48	.10	
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	1.65	.05	
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	2.06	.01	
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	1.23	.25	30
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.46	.10	
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	1.62	.05	
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	2.01	.01	
40	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	1.19	.25	40
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	1.38	.10	
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	1.51	.05	
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	1.80	.01	
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25	60
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	1.29	.10	
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	1.39	.05	
	.01	7.06	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	1.60	.01	
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.10	.25	120
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	1.19	.10	
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	1.25	.05	
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	1.38	.01	
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25	1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	1.06	.25	200
	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57	1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	1.14	.10	
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	1.19	.05	
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	1.28	.01	
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	1.00	.25	∞
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	1.00	.10	
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	1.00	.05	
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	1.00	.01	

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION

Example

$\Pr(\chi^2 > 10.85) = 0.95$
 $\Pr(\chi^2 > 23.83) = 0.25$ for $df = 20$
 $\Pr(\chi^2 > 31.41) = 0.05$



Degrees of freedom \ Pr	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	392704×10^{-10}	157088×10^{-9}	982069×10^{-9}	393214×10^{-8}	.0157908	.1015308	.454937	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	.0100251	.0201007	.0506356	.102587	.210720	.575364	1.38629	2.77259	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	.0717212	.114832	.215795	.351846	.584375	1.212534	2.36597	4.10835	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	.206990	.297110	.484419	.710721	1.063623	1.92255	3.35670	5.38527	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	.411740	.554300	.831211	1.145476	1.61031	2.67460	4.35146	6.62568	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	.675727	.872085	1.237347	1.63539	2.20413	3.45460	5.34812	7.84080	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581	9.03715	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412	10.2188	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283	11.3887	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779	7.58412	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7589
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380	8.43842	11.3403	14.8454	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150	9.29906	12.3398	15.9839	19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953	10.1653	13.3393	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675	11.0365	14.3389	18.2451	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223	11.9122	15.3385	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67178	10.0852	12.7919	16.3381	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1584
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372	24.9348	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372	23.3367	28.2412	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	20.8434	25.3364	30.4345	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572	27.3363	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666	28.3362	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	24.4776	29.3360	34.7998	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	33.6603	39.3354	45.6160	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	42.9421	49.3349	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589	52.2938	59.3347	66.9814	74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	61.6983	69.3344	77.5766	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	80.6247	89.3342	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	90.1332	99.3341	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

DURBIN-WATSON d STATISTIC: SIGNIFICANCE POINTS OF d_L AND d_U AT 0.05 LEVEL OF SIGNIFICANCE

n	k' = 1		k' = 2		k' = 3		k' = 4		k' = 5		k' = 6		k' = 7		k' = 8		k' = 9		k' = 10	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0.610	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.700	1.356	0.467	1.896	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.368	2.287	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.927	1.324	0.658	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.316	2.645	0.203	3.005	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.379	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	—	—	—	—	—	—
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.445	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266	—	—	—	—
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111	0.127	3.360	—	—
15	1.077	1.361	0.948	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.472	0.343	2.727	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.368	0.398	2.624	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.257	0.502	2.461	0.407	2.667	0.321	2.873	0.244	3.073
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.692	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.732	2.124	0.637	2.290	0.547	2.460	0.461	2.633	0.380	2.806
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407	0.504	2.571	0.424	2.734
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.751	2.174	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.012	0.784	2.144	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.958	0.874	2.071	0.798	2.188	0.723	2.309	0.650	2.431
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944	0.900	2.052	0.826	2.164	0.753	2.278	0.682	2.396
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.926	2.034	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920	0.950	2.018	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.333
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.972	2.004	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991	0.927	2.085	0.861	2.181	0.795	2.281
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.080	1.891	1.015	1.979	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967	0.971	2.054	0.908	2.144	0.845	2.236
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.877	1.053	1.957	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.216
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.198
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.149
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895	1.139	1.958	1.089	2.022	1.038	2.088
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814	1.294	1.861	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.837	1.369	1.873	1.337	1.910	1.305	1.948
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827	1.489	1.852	1.465	1.877	1.442	1.903
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826	1.506	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898
150	1.720	1.746	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832	1.622	1.847	1.608	1.862	1.594	1.877
200	1.758	1.778	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.810	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874